

1. 求解微分方程，并做出积分曲线的草图

$$y' = y^a, \quad a = \frac{1}{5}, 1, 2.$$

2. 设有微分方程

$$y' = f(y)$$

其中 $f(y)$ 在 $y = a$ 的某个领域内连续，且 $f(y) = 0$ 当且仅当 $y = a$. 证明: 对于直线 $y = a$ 上任一点 (x_0, a) , 该方程满足条件 $y(x_0) = a$ 的解存在且唯一的充要条件为

$$\left| \int_a^{a \pm \varepsilon} \frac{1}{f(y)} dy \right| = \infty.$$

其中 ε 为任意正数.